協力的な施設の存在を考慮した競合配置問題に対する遺伝的アルゴリズムの応用(モデリングと最適化の理論)

AUTHOR(S):
宇野, 剛史; 坂和, 正敏; 加藤, 浩介; 片桐, 英樹

数理解析研究所講究録
1526巻 2006年 69-77

協力的な施設の存在を考慮した競合配置問題に対する遺伝的アルゴリズムの応用

広島大学大学院工学研究科　宇野　剛史 (Takeshi Uno)
広島大学大学院工学研究科　坂和　正敏 (Masatoshi Sakawa)
広島大学大学院工学研究科　加藤　浩介 (Kosuke Kato)
広島大学大学院工学研究科　片桐　英樹 (Hideki Katagiri)
Graduate School of Engineering, Hiroshima University

1　はじめに

競合施設配置問題は商業施設など他の施設との競合関係を考慮する必要のある施設に対して，利益や獲得購買力等の最大化を目的として最適な配置を求める問題である．Drezner [2] は利用者の分布が平面内の有限個の点の集合として表される市場において，競合する複数の施設が利用者から獲得可能な購買力の最大化を目的として，既に競合施設が配置されている状況において新たに平面上に施設を配置するモデルを考察した．Drezner の配置モデルでは，新規施設は全ての既存施設とは競合していると仮定されており，既存施設からできるだけ多くの購買力を奪うことを目的とする．しかし，既存施設の中には，自らが以前に配置した施設や提携関係など協力関係にある施設が存在する場合も考えられ，そのような状況下を表すには新しい配置モデルを考察する必要がある．

本論文では，Drezner の配置モデルにおいて，協力関係にある施設が存在する状況における競合施設配置モデルを提案する．このような場合において，新規施設は競合施設からできるだけ多くの購買力を奪うことだけでなく，協力的関係にある施設から購買力を奪わないことを目的とする必要がある．そこで，全ての新規施設ができるだけ多くの購買力を獲得する目的に加えて，協力的な関係にある全ての施設からできるだけ購買力を奪わないことを目的とする多目的問題を考察する．また，意思決定者は目的関数値を最大にしたいというよりもおおよそある値より良くしたいというように考える方が一般的であることから，各目的をファジィ目標とみなし，Bellmann ら [1] によって提案されたファジィ決定によってこれらのファジィ目標を統合することで再定式化する．この問題を直接解くことが困難なことから，問題の最適解の一つがある非線形 0-1 計画問題を解くことで得られることを示し，非線形 0-1 計画問題に対する二重構造文字列遺伝的アルゴリズム [7] を，競合施設配置問題の特性を用いることで改良して適用する．さらに，数値実験により提案解法アルゴリズムの有効性を検証する．

本論文の構成は次の通りである．第 2 章では，協力的な施設の存在する状況における競合施設配置問題を多目的計画問題として定式化し，ファジィ決定を導入することでファジィ多目的計画問題に変換する．この問題を直接解くことが困難なことから，第 3 章では非線形 0-1 計画問題に再定式化する．この問題に対する効率的解法として，第 4 章では競

合施設配置問題の特性を取り入れた二重構造文字列遺伝的アルゴリズムを提案する．第5章では，提案する施設配置問題の数値例に対して提案解法を適用し，その有効性について検証する．最後に，本論文の結論及び今後の課題を第6章で述べる．

2 競合施設配置問題の定式化

本研究における施設配置モデルでは，施設の潜在的利用者を平面 $\boldsymbol{R}^2$ 内の有限個の点上にのみ存在すると仮定し，そのような点を "需要点" とよぶことにする．平面上の需要点の例としては，地方における都市などが挙げられる．以下では，需要点を同じ位置にいる利用者の集合とみなすことにより，各需要点を一人の利用者として扱う．

需要点の数を n とし，需要点の指標集合を $D = \{1, \cdots, n\}$ とおく．意思決定者が配置する新規施設の数を m とし，新規施設と協力的な関係にある既存施設（協力施設）の数を l とし，新規施設と非協力的な関係にある既存施設（非協力施設）の数を k とする．新規施設，協力施設，及び非協力施設の指標集合を各々 $F = \{1, \ldots, m\}$，$F_C = \{m+1, \cdots, m+l\}$，及び $F_N = \{m+l+1, \cdots, m+l+k\}$ とおく．また，$\bar{F} \equiv F \cup F_C \cup F_N$ とおく．

需要点 $i \in D$ の位置を $\boldsymbol{u}_i \in \boldsymbol{R}^2$ とする．施設 $j \in \bar{F}$ の位置を $\boldsymbol{x}_j \in \boldsymbol{R}^2$ とし，その質的評価値を $q_j > 0$ とする．このとき，需要点 i から見た施設 j の勧誘力を，Huff [3] によって提案された次の勧誘力関数によって与える．

$$a_i(\boldsymbol{x}_j, q_j) \equiv \begin{cases} \dfrac{q_j}{\|\boldsymbol{u}_i - \boldsymbol{x}_j\|^2}, & \text{if } \|\boldsymbol{u}_i - \boldsymbol{x}_j\| > \varepsilon \\ \dfrac{q_j}{\varepsilon^2}, & \text{if } \|\boldsymbol{u}_i - \boldsymbol{x}_j\| \leq \varepsilon \end{cases} \tag{2.1}$$

ここで，$\varepsilon > 0$ は利用者が施設まで移動するのに全く苦にならないと考える距離の上限である．全ての利用者は最大勧誘力をもつ施設を利用すると仮定し，最大勧誘力をもつ施設が複数ある場合には，非協力施設，協力施設，新規施設の順に優先的に施設を一つだけ利用すると仮定する．

はじめに，新規施設が配置される前の状況について述べる．需要点 i が既存施設 $j \in F_C \cup F_N$ を利用するか否かを次の2値変数により表す：

$$\bar{\theta}_i^j = \begin{cases} 1, & \text{需要点 } i \text{ が施設 } j \text{ を利用する場合,} \\ 0, & \text{それ以外の場合} \end{cases} \tag{2.2}$$

需要点 i の購買力を $w_i > 0$ とし，既存施設 j を利用する需要点の集合を $D_j \equiv \{i | \bar{\theta}_i^j = 1\}$ で表す．このとき，既存施設 j の獲得購買力は $\sum_{i \in D_j} w_i$ で表される．

次に，新規施設が配置された後の状況について述べる．新規施設全体の配置を $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_m)$ で表す．このとき，需要点 i が施設 $j \in \bar{F}$ を利用するか否かを次の2値変数により表す．

$$\theta_i^j(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1, & \text{需要点 } i \text{ が施設 } j \text{ を利用する場合,} \\ 0, & \text{それ以外の場合} \end{cases} \tag{2.3}$$

ここで，全ての需要点は1つの施設のみを利用するという仮定から，次式が成り立つ．

$$0 \leq \sum_{j=1}^{m} \theta_i^j(\boldsymbol{x}) \leq 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n \tag{2.4}$$

式 (2.3) より，新規施設 j の獲得購買力は $\sum_{i=1}^{n} \theta_i^j(\boldsymbol{x}) w_i$ で表される．また，既存施設 $\hat{j} \in F_C \cup F_N$ が新規施設 j によって奪われる購買力は $\sum_{i \in D_{\hat{j}}} \theta_i^j(\boldsymbol{x}) w_i$ で表される．

一般の競合施設配置問題において，意思決定者は各新規施設が獲得した購買力の総和の最大化を目的として $\boldsymbol{x}$ を決定する．このとき，新規施設に関する目的関数は次式で表される．

$$f_0(\boldsymbol{x}) \equiv -\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \theta_i^j(\boldsymbol{x}) w_i \tag{2.5}$$

本研究では，意思決定者はできるだけ協力施設からではなく非協力施設から購買力を奪うようにしたい状況を考える．意思決定者は各協力施設から奪う購買力の最小化も目的として $\boldsymbol{x}$ を決定する．このとき，協力施設 $\hat{j} = m+1, \ldots, m+l$ に関する目的関数は次式で表される．

$$f_{\hat{j}-m}(\boldsymbol{x}) \equiv \sum_{j=1}^{m} \sum_{i \in D_{\hat{j}}} \theta_i^j(\boldsymbol{x}) w_i \tag{2.6}$$

各新規施設の配置可能な領域を $X_1, \ldots, X_m \subseteq \boldsymbol{R}^2$ とし，$\boldsymbol{X} = X_1 \times \cdots \times X_m$ とする．このとき，提案する競合施設配置問題は，次の多目的計画問題として定式化される．

$$P_M: \quad \left.\begin{array}{ll} \text{minimize} & (f_0(\boldsymbol{x}), f_1(\boldsymbol{x}), \ldots, f_l(\boldsymbol{x})) \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X} \end{array}\right\} \tag{2.7}$$

現実の意思決定において，意思決定者は目的関数値を最大化したいというよりむしろだいたいある値以上にしたいという目的を定める方が一般的であり，このときの意思決定者の判断にはあいまい性が含まれる．そのような目的は“ファジィ目標”と呼ばれ，本研究では問題 P_M の新規施設及び各協力施設に関する目的を，メンバシップ関数 $\mu_0(z), \mu_1(z), \ldots, \mu_l(z)$ によって規定されたファジィ目標によって表す．$l+1$ 個のファジィ目標の統合方法については，意思決定者は新規施設及び全ての協力施設に対してある程度の満足度を保障する必要があることから，Bellman ら [1] によって提案されたファジィ決定を用いる．したがって，問題 P_M は次のミニマックス問題として変換される．

$$P: \quad \left.\begin{array}{ll} \text{maximize} & \min\limits_{j=0,\ldots,l} \{\mu_j(f_j(\boldsymbol{x}))\} \\ \text{subject to} & \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X} \end{array}\right\} \tag{2.8}$$

よって，問題 P を解けばよいのだが，目的関数の導関数や Kuhn-Tucker 条件等を用いた一般的な非線形計画問題における解法を適用しても良い解を得ることは困難である．また，第5章で示されるように，遺伝的アルゴリズム（GENOCOP V）[5] や生物群最適化（PSO）手法 [4] などの近似解法アルゴリズムにより求解することも困難である．次章では，ある 0-1 計画問題を解くことにより問題 P の最適解の一つが導出されることを示す．

3 0-1計画問題への再定式化

前章で定式化した問題Pでは，各需要点の施設利用状況，すなわち，どの需要点がどの施設を利用するかが分かれば問題Pの目的関数値を求めることができる．本節では，次の方針に基づき問題Pを解くことを提案する．

- 先に各需要点の施設利用状況を与えておき，それを実現する新規施設の配置が存在するかを判定する．
- 実現可能な利用施設状況の中から，問題Pの目的関数値を最大にする施設利用状況を求める．得られた施設利用状況を実現する施設配置が問題Pの最適解となる．

需要点iがどの施設を利用しているかを，次の0-1変数により表す．

$$s_i^j = \begin{cases} 1, & \text{需要点}\, i\, \text{が新規施設}\, j\, \text{を利用する場合,} \\ 0, & \text{その他の場合} \end{cases} \tag{3.1}$$

ここで，各需要点$i = 1, \ldots, n$について次式をみたすものとする．

$$\sum_{j=1}^{m} s_i^j = \begin{cases} 1, & \text{需要点}\, i\, \text{がいずれかの新規施設を利用する場合,} \\ 0, & \text{その他の場合} \end{cases} \tag{3.2}$$

また，次の行列を与えることで各需要点の施設利用状況を示す．

$$S = \begin{pmatrix} s_1^1 & \ldots & s_1^m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n^1 & \ldots & s_n^m \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

新規施設$j \in F$を利用する需要点の集合を$I_j^S \equiv \{i \mid s_i^j = 1\}$，既存施設を利用する需要点の集合を$I_0^S \equiv \{i \mid s_i^1 + \cdots + s_i^m = 0\}$とおく．ここで，$\bigcap_{j=0}^m I_j^S = \emptyset, \bigcup_{j=0}^m I_j^S = D$をみたす．このとき，前章で述べた獲得購買力に関する仮定より，与えられた施設利用状況Sを実現するような新規施設$j = 1, \ldots, m$の配置は，次の条件をみたす必要がある．

$$a_{i_1}(\boldsymbol{x}_j, q_j) > \max_{\hat{j} \in F_C \cup F_N} a_{i_1}(\boldsymbol{x}_{\hat{j}}, q_{\hat{j}}), \quad \forall i_1 \in I_j^S, \tag{3.4}$$

$$a_{i_2}(\boldsymbol{x}_j, q_j) \leq \max_{\hat{j} \in F_C \cup F_N} a_{i_2}(\boldsymbol{x}_{\hat{j}}, q_{\hat{j}}), \quad \forall i_2 \in I_0^S \tag{3.5}$$

式(3.4)及び(3.5)をみたすX_j内の$\boldsymbol{x}_j$の集合をU_j^Sとおく．$\boldsymbol{S} \equiv \{S \mid U_j^S \neq \emptyset, \forall j \in F\}$とおき，$\boldsymbol{U}^S \equiv U_1^S \times \cdots \times U_m^S \subseteq \boldsymbol{X}$とおく．このとき，次の補助定理及び定理が成り立つ．

補助定理 1 行列$S \in \boldsymbol{S}$について，任意の解$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U}^S$における問題$P$の目的関数値は$S$で示される施設利用状況が実現された場合における目的関数値と一致する．

証明： $\boldsymbol{w} \equiv (w_1, \cdots, w_n)$及び$m$次ベクトル$\mathbf{1} \equiv (1, \ldots, 1)$とおくと，$S$で示される施設利用状況が実現したときの新規施設に関する目的関数値は$\boldsymbol{w}S\mathbf{1}^T$で表される．また，式

(3.4) 及び (3.5) より，新規施設 $1,\ldots,m$ が各々 $U_1^S,\ldots,U_m^S$ 内に配置された場合に新規施設を利用する需要点の集合は $I_1^S\cup\cdots\cup I_m^S$ と表される．よって，式 (3.2) 及び I_j^S の定義より，

$$\boldsymbol{w}S\mathbf{1}^T = \sum_{i\in I_1^S\cup\cdots\cup I_m^S} w_i \tag{3.6}$$

が成り立つことから，新規施設に関する目的関数値は互いに一致する．また，既存施設を利用する需要点の集合はどちらも I_0^S と表されることから，協力施設に関する目的関数値も互いに一致する．以上より，問題 P の目的関数値が一致することが示された． ■

定理 2 $\boldsymbol{S}$ 内にある行列 $\bar{S}$ が存在し，$\boldsymbol{U}^{\bar{S}}$ 内の任意の要素が問題 P の最適解となる．

証明： 問題 P は実行可能領域をもっているため最適解は少なくとも一つ存在することから $\boldsymbol{x}^*\equiv(\boldsymbol{x}_1^*,\ldots,\boldsymbol{x}_m^*)\in\boldsymbol{X}$ と表し，第 i 行第 j 列の成分を $\theta_i^j(\boldsymbol{x}^*)$ とおいた m 行 n 列の行列を $\bar{S}$ と表す．このとき，行列 $\bar{S}$ に対して，$U_1^{\bar{S}},\ldots,U_m^{\bar{S}}$ は各々少なくとも 1 つの要素 $\boldsymbol{x}_1^*,\ldots,\boldsymbol{x}_m^*$ をもつことから，$\bar{S}\in\boldsymbol{S}$ である．補助定理 1 より，$\boldsymbol{U}^{\bar{S}}$ 内の任意の配置は $\bar{S}$ で示される施設利用状況が実現された場合における目的関数値と一致する．このことは $\boldsymbol{U}^{\bar{S}}$ 内の任意の要素が問題 P の最適解であることを意味し，$\bar{S}$ が題意の行列の一つである． ■

定理 2 より，全ての行列 $S\in\{0,1\}^{mn}$ に対して $\boldsymbol{S}$ 内の要素であるかどうかを調べることで，問題 P の最適解を導出できることが分かった．行列 $S\in\{0,1\}^{mn}$ 及び施設 $j\in F$ に対して，需要点 i について制約式 (3.4) 及び (3.5) をみたす度合いを次式で表す．

$$\delta_j^i(\boldsymbol{x}_j)\equiv\begin{cases} a_i(\boldsymbol{x}_j,q_j)-\max\limits_{\hat{j}\in F_C\cup F_N} a_i(\boldsymbol{x}_{\hat{j}},q_{\hat{j}})-\rho, & \text{if } i\in I_j^S,\\ \max\limits_{\hat{j}\in F_C\cup F_N} a_i(\boldsymbol{x}_{\hat{j}},q_{\hat{j}})-a_i(\boldsymbol{x}_j,q_j), & \text{if } i\in I_0^S \end{cases} \tag{3.7}$$

ここで，ρは十分小さい正数である．このとき，$I_0^S\cup I_j^S$ 内の全ての需要点に対して $\delta_j^i(\bar{\boldsymbol{x}}_j)\geq 0$ となるような $\bar{\boldsymbol{x}}_j\in X_j$ が存在すれば，U_j^S は非空であることが示され，領域 U_j^S 内の一点は $\bar{\boldsymbol{x}}_j$ である．よって，U_j^S が空であるか否かは，次の問題を解くことで判定できる．

$$\left.\begin{array}{lll} RP_j(S): & \text{maximize} & \min\limits_{i\in I_0^S\cup I_j^S}\delta_j^i(\boldsymbol{x}_j)\\ & \text{subject to} & \boldsymbol{x}_j\in X_j \end{array}\right\} \tag{3.8}$$

問題 $RP_j(S)$ は非凸非線形計画問題であり，非線形計画問題に対する厳密解法として，GRG 法 [6] が広く用いられている．しかし，問題 P における需要点の数 n が多くなるにつれて問題 $RP_j(S)$ において $I_0^S\cup I_j^S$ 内の要素の数が増加し，そのような問題は式 (3.7) より目的関数の形状が複雑になるため，厳密解を導出するのに多大な計算時間を伴う．よって，本研究では問題 $RP_j(S)$ を近似的ではあるが効率的に解くことを考える．非線形計画問題に対する近似解法としては，遺伝的アルゴリズム（GENOCOP V） [5] 及び PSO 手法 [4] が広く用いられており，これらの比較・検証については第 5 章で行う．

問題 $RP_j(S)$ の最適解を $\boldsymbol{x}_j^S$ で表し，$\boldsymbol{x}^S \equiv (\boldsymbol{x}_1^S, \ldots, \boldsymbol{x}_m^S)$ とおく．このとき，問題 P の最適解の一つは次の 0-1 計画問題を解くことで求められる．

$$
\left.
\begin{array}{lll}
P_Z: & \text{maximize} & \min_{j=0,\ldots,l} \{\mu_j(f_j(\boldsymbol{x}^S))\} \\
 & \text{subject to} & S \in \boldsymbol{S}
\end{array}
\right\} \quad (3.9)
$$

以上より，全ての $S \in \boldsymbol{S}$ に対して問題 $RP_j(S)$ の最適解を求めることで，問題 P_Z の厳密解が得られることが分かった．しかし，$\boldsymbol{S}$ 内の要素の個数は高々 2^{mn} 個存在するため，厳密解を導出するのに莫大な費用及び時間がかかることから現実的でない．次章では問題 P_Z を効率的に求解するための近似解法について述べる．

4 遺伝的アルゴリズムを用いた解法

問題 P_Z は非線形 0-1 計画問題であり，一般的な近似解法アルゴリズムの一つとして，二重構造文字列遺伝的アルゴリズム [7] が知られている．以下では，競合施設配置問題に二重構造文字列遺伝的アルゴリズムを適用する上で改良した箇所について述べる．

(i) **適合度関数**：個体に関する適合度関数は多くの場合目的関数値によって与えられ，本研究で提案するアルゴリズムにおいても基本的には問題 P_Z の目的関数値を利用する．前章より，S が $\boldsymbol{S}$ 内の要素であるか否かを判定するには，問題 $RP_1(S), \ldots, RP_m(S)$ を解く必要がある．以下では，問題の最適値の正負に応じて考察する．

(ia) 問題 $RP_j(S)$ の最適値が 0 以上の場合：問題を解く過程で目的関数値が 0 以上となる解が見つかったならば，そのような解における問題 P の目的関数値は，補助定理 1 より $\boldsymbol{x}^S$ における目的関数値と等しい．よって，遺伝的アルゴリズムの実行過程において計算回数を減らすために，問題 $RP_j(S)$ の目的関数値が正となる解が得られたならば，その時点で問題 $RP_j(S)$ を解くのを中断し，得られた解を用いて個体の適合度を求める．

(ib) 問題 $RP_j(S)$ の最適値が負の場合：$U_j^S = \emptyset$ より $S \notin \boldsymbol{S}$ となるため，S は問題 P_Z の実行可能解でない．一般の遺伝的アルゴリズムではそのような個体を致死遺伝子として扱う．しかし，問題 P_Z の非実行可能解は多く存在することから，これらを致死遺伝子として扱うことは遺伝的アルゴリズムにおいて解の質の向上に寄与しない計算時間の増大を引き起こす．本研究では，問題 P_Z で非実行可能解となる個体においても問題 P において有効な配置を与える事で，解の質の向上に有効な個体として用いることを提案する．問題 $RP_j(S)$ の最適解 $\boldsymbol{x}_j^S$ は，各需要点の制約をみたす度合い $\hat{\delta}_j^i(\boldsymbol{x}_j)$ の最悪値を最大にするような配置である．このことは問題 $RP_j(S)$ の最適値が負であったとしても，得られた最適解は個体 S によって示される施設利用状況と全く同じではないが類似した状況となることが期待される．従って，問題 $RP_j(S)$ の最適値が負となる施設 j についても $\boldsymbol{x}_j^S$ に配置することで，問題 P の目的関数値を個体 S の適合度として用いる．

(ii) **遺伝的操作**：非線形0-1計画問題に対する二重構造文字列遺伝的アルゴリズム [7] では，遺伝的操作として主に交叉・突然変異・逆位が用いられる．本研究では，上記の遺伝的操作に加えて競合施設配置問題の性質を利用した新しい突然変異を提案する．

行列 $S \in \boldsymbol{S}$ と新規施設の配置が $\boldsymbol{x}^S$ であるときの施設利用状況は，一般に次の2つの理由によりに異なる．

- もし $U_j^S = \emptyset$ ならば，施設 j は S で示される購買力の獲得状況とは一致しない．
- 仮に $U_j^S \neq \emptyset$ であったとしても，$s_i^j = 1$ となる需要点 i が施設 j 以外の新規施設を利用する可能性がある．

遺伝的アルゴリズムでは，親世代の個体の特徴を受け継ぎつつ交叉や突然変異などの遺伝的操作により新しい個体を生成する．しかし，上記のように与えられた施設利用状況と実際に配置したときの施設利用状況が大きく異なる個体は，各成分の数値により施設利用状況や施設配置などのデータを表現しているとは言い難い．このことは，このような個体に対して従来の遺伝的操作を行っても効果が見込めないことを意味する．本研究では，与えられた施設利用状況と実際に配置したときの施設利用状況が一致するように個体を変更する突然変異を導入する．このような突然変異は，個体 S 内の第 i 行第 j 列成分 s_i^j を $\theta_i^j(\boldsymbol{x}^S)$ に置き換えることで表現される．

5 数値実験

本章では，前章までに述べた解法アルゴリズムを提案する競合施設配置問題の数値例に適用することでその有効性を検証する．

需要点の数を $n = 15$ とし，各位置は $[0, 1000]^2$ 内でランダムに与え，各購買力は $w_i = i$ で与える．既存施設について，協力施設及び非協力施設の数を $l = 5$, $k = 15$ とし，既存施設の位置は $[0, 1000]^2$ 内で，質的評価値は $q_j \in \{1, \ldots, 5\}$ 内でランダムに与える．各新規施設の質的評価値は $q_j = j$ とし，$X_j = [0, 1000]^2$　する．

$l + 1$ 個のファジィ目標を表すために，次のメンバシップ関数を用いる．

$$\mu_j(z) = \begin{cases} 0, & \text{if } z \leq \bar{l}_j, \\ \dfrac{z - \bar{l}_j}{\bar{u}_j - \bar{l}_j}, & \text{if } \bar{l}_j \leq z \leq \bar{u}_j, \\ 1, & \text{if } \bar{u}_j \leq z \end{cases} \tag{5.1}$$

ここで，$\bar{u}_0 = -150(1 + \gamma_0)$, $\bar{l}_0 = -150(5 + \sigma_0)$, $\bar{u}_{j-m} = 0$, $\bar{l}_{j-m} = \sum_{i \in D_j} w_i - (3 + \omega_{j-m})q_j$, $j = m+1, \ldots, m+l$ と与え，$\gamma_0, \sigma_0, \omega_1, \ldots, \omega_l$ は各々 $[0, 1]$ 内でランダムに与えられている定数とする．また，全ての $j \in J_C$ について $\bar{u}_{j-m} < \bar{l}_{j-m}$ が成り立っているものとする．

最初に，問題 $RP_j(S)$ に対する解法アルゴリズムとして，GENOCOP V 及び PSO の有効性について比較・検証を行う．各アルゴリズムのパラメータについて，個体群サイズを $N_p = 20$，終端世代数を $T_p = 150$ とする．このとき，新規施設 $j = 3$ に対する問題 $RP_j(S)$ を GENOCOP V 及び PSO で解いた計算結果を表 1-2 に示す．ここで，以下で示される全

$(\lvert I_0^S\rvert, \lvert I_3^S\rvert)$	(5,15)	(15, 5)	(10,30)	(30,10)
最良値	-9.031×10^{-2}	4.188	-9.596×10^{1}	-2.306
平均値	-9.233×10^{-2}	4.099	-9.825×10^{1}	-2.367
最悪値	-9.418×10^{-2}	4.002	-9.963×10^{1}	-2.411
平均計算時間（秒）	4.82×10^{-1}	4.04×10^{-1}	8.64×10^{-1}	7.05×10^{-1}

表 1: 問題 $RP_j(S)$ に対する GENOCOP V の実行結果

$(\lvert I_0^S\rvert, \lvert I_3^S\rvert)$	(5,15)	(15, 5)	(10,30)	(30,10)
最良値	-8.998×10^{-2}	4.216	-9.430×10^{1}	-2.286
平均値	-9.043×10^{-2}	4.197	-9.466×10^{1}	-2.295
最悪値	-9.077×10^{-2}	4.179	-9.509×10^{1}	-2.306
平均計算時間（秒）	2.45×10^{-2}	3.00×10^{-2}	7.10×10^{-2}	6.40×10^{-2}

表 2: 問題 $RP_j(S)$ に対する PSO の実行結果

ての計算結果は DELL PRECISION 370 (CPU: Pentium(R) 4 2.79GHz, RAM: 1.00GB) を用いて 20 回実行することで得られたものである．

表 1, 2 より，PSO は GENOCOP V より少ない計算時間でより良い解を得ていることが分かる．また，比較のために，個体群サイズ及び終端世代数を $(N_p, T_p) = (200, 3000)$ と十分大きくした PSO でを実行したところ，各数値例に対する最良値として -8.966×10^{-2}, 4.218, -9.417×10^{1}, -2.284 が得られた．表 2 で示された結果と比較して有効数字 2 桁まで一致していることから，PSO によって得られた解は問題 $RP_j(S)$ の最適解の良い近似となることが示された．よって，以下では問題 $RP_j(S)$ の解法として PSO を用いる．

次に，前章で述べた 0-1 計画問題 P_Z に対する遺伝的アルゴリズムについて検証する．世代間ギャップを $G = 0.9$，個体群サイズを $N_{GA} = n$，終端世代数を $T_{GA} = 1000$ とする．交叉・突然変異・逆位の確率を各々 $p_C = 0.9$，$p_M = 0.01$，及び $p_I = 0.03$ とする．また，第 4 章の (iii) で提案した突然変異の確率を $p_L = 0.5$ とする．

また，提案解法アルゴリズムと比較するために，再び PSO 及び GENOCOP V を用いて $N_{PG} = 1000$, $T_{PG} = 20000$ とおくことで問題 P を直接解く．

提案手法 (GA)，PSO，及び GENOCOP V を適用した計算結果を表 3 に示す．表 3 より，全ての実行結果において提案解法アルゴリズムは PSO や GENOCOP V よりも良い解を導出することができた．さらに，PSO 及び GENOCOP V の個体群サイズ及び終端世代数を増加させることにより提案手法より多くの計算時間を費やして計算を行ったが，どちらのアルゴリズムでも提案手法で得られた最良値を得ることができなかった．このことは，問題 $RP_j(S)$ における最適解の導出と非線形計画問題に対する遺伝的アルゴリズムの組合せが本研究で提案する競合施設配置問題に対して有効であることを示している．

	GA	PSO	GENOCOP V
最良値	0.5421	0.4984	0.4984
平均値	0.5421	0.4984	0.4541
最悪値	0.5421	0.4984	0.3705
平均計算時間（秒）	7188.1	1164.4	5976.8

表 3: 競合施設配置問題に対する計算結果

6 おわりに

本研究では，協力的な既存施設が存在する状況下での新しい競合配置モデルを提案した．新規施設及び協力施設の獲得購買力最大化を目的とする多目的問題として定式化し，ファジィ決定に基づくマックスミニ問題に変換した．この問題を直接解くことが困難である事から，問題の最適解の一つが非線形0-1計画問題を解くことで導出できることを示し，二重構造文字列遺伝的アルゴリズムを基にした効率的解法を提案した．さらに，協力的な施設が存在する状況下での競合配置問題の数値例に対して提案解法を適用し，他のアルゴリズムと比較・検証を行うことでその有効性を示した．今後の課題としては，大規模な競合施設配置問題に対する提案解法の精度の向上及び高速化が挙げられる．

参考文献

[1] R.E. Bellmann, L.A. Zadeh, Decision Making in a Fuzzy Environment, Management Science 17 (1970) 141-164.

[2] Z. Drezner, Competitive location strategies for two facilities. Regional Science and Urban Economics 12 (1982) 485-493.

[3] D.L. Huff, Defining and Estimating a Trading Area, Journal of Marketing 28 (1964) 34-38.

[4] J. Kennedy, R.C. Eberhart, Particle swarm optimization, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ (1995) 1942-1948.

[5] S. Koziel, Z. Michalewicz, Evolutionary Algorithms, Homomorphous Mappings, and Constrained Parameter Optimization, Evolutionary Computation 7 (1)(1999) 19-44.

[6] L.S. Lasdon, R.L. Fox, M.W. Ranter, Nonlinear optimization using the generalized reduced gradient method, Revue Francaise d'Automatique, Informatique et Recherche Operationelle 3 (1974) 73-104.

[7] 坂和正敏, 乾口雅弘, 砂田英昭, 澤田一哉, 改良型遺伝的アルゴリズムによるファジィ多目的組合せ最適化，日本ファジィ学会誌 6 (1)(1994) 177-186.